بسم الله الرحمن الرحيم

خوارزميات الجمع والطرح والضرب والقسمة وأساليب تدريسها

٢٠٠٧

خوارزميات الجمع والطرح والضرب والقسمة

مفهوم الخوارزمية الرياضية:

الخوارزمية عبارة عن مجموعة من الخطوات التي نطبق على مجموعة من البيانات للوصول إلى نتيجة أو جواب محدد، وهذه الخطوات لها صفة التكرار في مواقف مماثلة.

خوارزميات في الجمع والطرح:

١- الخوارزمية القياسية في عمليتي الجمع والطرح:

وذلك بترتيب أرقام الأعداد وفق القيمة المنزلية فيتم أرقام الآحاد تحت بعضها وأرقام العشرات، كذلك وهكذا يتم جمع الأرقام في كل منزلة.

٢- الخوارزمية التحليلية:

في هذه الخوارزمية يتم تحليل الأعداد إلى القيم العددية المنزلية لأرقامها، ثم جمع (أو طرح) تلك الأرقام وفقاً لقيمتها وموقعها.

٣- من الحقائق المتعلقة بعمليتي الجمع والطرح أنه إذا أضيفت أو طرحت أشياء متساوية من كلٍ من المطروح والمطروح منه، فالنتيجة ثابتة.

مثلاً : ٥٧٦ - ٥٩ = (٥٧٦ + ١) - (٥٩ + ١)

= ٥٧٧ - ٦٠ = ٥١٧

٤- إجراء خوارزمية الطرح بالإكمال:

والمقصود هنا هو إكمال المطروح حتى يصبح مساوياً للمطروح منه.

مثال: جد ناتج: ٤٢٥ - ١٩٦

نلاحظ أن العدد ١٩٦ يصبح ٢٠٠ بعد إضافة العدد ٤ وحتى نصل من العدد ٢٠٠ إلى العدد ٤٢٥ نضيف ٢٠٠ ثم ٢٥ وبذلك يصبح مجموع ما أضيف هو:

٤ + ٢٠٠ + ٢٥ = ٢٢٩ ⇐ ∴ ٤٢٥ - ١٩٦ = ٢٢٩

٥- إجراء عملية الجمع بالبدء من المنزلة الأكبر قيمة:

مثال: جد ناتج الجمع التالي:

٢٥٢٧

٣٠٤١

+ ٠٢٠٩

١٠١٠

١- نبدأ بمنزلة الآلاف وفيها ٢ + ٣ + ١ = ٦ وتعادل ٦٠٠٠

٢- ثم نأتي لمنزلة المئات و فيها ٥ + ٢ = ٧ وتعادل ٧٠٠

٣- بعدها منزلة العشرات وفيها ٢ + ٤ + ١ = ٧ وتعادل ٧٠

٤-وأخيراً منزلة الآحاد فيها ٧ + ١ + ٩ = ١٧

∴ يصبح المجموع مساوياً لـ ٦٧٨٧

خواص عمليتي الجمع والطرح:

١- الخاصـية التبادليـة بالنسـبة لعمليـة الجمـع: أ + ب = ب + أ حيـث أ ، ب عـددا ن حقيقيان

مثال: ٥ + ٣ = ٣ + ٥

٢- الخاصية التجميعية لعملية الجمع:

لتكن أ ، ب ، ج أعداد حقيقية فإن: (أ + ب) + ج = أ + (ب + ج)

مثلاً : (١٥٠ + ٣٣) + ٦٧ = ١٥٠ + (٣٣ + ٦٧)

١٨٣ + ٦٧ = ١٥٠ + ١٠٠

٢٥٠ = ٢٥٠

العنصر المحايد لعملية الجمع والنظير الجمعي للعدد:

أ- العنصر المحايد لعملية الجمع:

إن جمع العدد صفر إلى أي عدد لا يؤثر فيه ويبقى كما هو لذلك.

نسمي الصفر العنصر المحايد لعملية الجمع وهو عنصر محايد وحيد لعملية الجمع.

ب- النظير الجمعي للعدد:

النظير الجمعي للعدد هو ذلك العدد الذي نجمعه إلى العدد الأصلي ليكون الناتج صفر

فمثلاً ٢ + -٢ = صفر يكون -٢ هو النظير الجمعي للعدد ٢

خوارزميات الضرب والقسمة:

١- الخاصية التجميعية:

تتمتع عملية الضرب بالخاصية التجميعية فمثلاً :

(أ × ب) × ج = أ × (ب × ج) لأي أ ، ب ، ج أعداد حقيقية

فمثلاً : (١٥ × ٦) × ٨ = ٩٠ × ٨ = ٧٢٠

١٥ × (٦ × ٨) = ١٥ × ٤٨ = ٧٢٠

٢- الخاصية التبديلية:

تتمتع عملية الضرب بالخاصية التبديلية

لأي أ ، ب عددين حقيقيين فإن أ × ب = ب × أ

٣- قانون التوزيع:

يعتبر قانون التوزيع من أهم القوانين المهمة والتي تستخدم لإجراء عمليات الضرب، فمثلاً لإيجاد ناتج ٥ × ٧٣ نقول: ٥ × ٣ = ١٥ و ٥ × ٧٠ = ٣٥٠ فالجواب ٣٦٥

وفي هذا القانون يوزع الضرب على الجمع فيصبح المثال السابق:

$٧٣ \times ٥ \quad = ٥ \times (٣ + ٧٠)$

$= (٥ \times ٣) + (٥ \times ٧٠)$

$= ١٥ + ٣٥٠ = ٣٦٥$

٤- العنصر المحايد لعملية الضرب والنظير الضربي للعدد:

أ- العنصر المحايد لعملية الضرب:

إ ن العدد ١ هو العنصر المحايد لعملية الضرب، حيث أنه لا يؤثر في العدد الذي يضرب فيه، فحاصل ضرب أي عدد في ١ يعطي العدد نفسه.

ب- النظير الضربي للعدد:

إذا كان أ ≠ ٠ أي عدد حقيقي فإن نظير أ الضربي هو $\frac{1}{أ}$ لأن

$أ \times \frac{1}{أ} = \frac{1}{أ} \times أ = ١$

فمثلاً $\frac{2}{3}$ هو نظير $\frac{3}{2}$ لأن $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = ١$

خوارزميات في الضرب:

١- الخوارزمية القياسية:

هي الطريقة المطولة في الضرب والمعروفة لدينا

٢- خوارزمية الأضعاف والأنصاف:

وهي طريقة سهلة لإيجاد ناتج ضرب عددين، وفيها تتم مضاعفة عدد وبالمقابل تنصيف العدد المرافق حتى يبقى في عمود الأنصاف العدد واحد ثم نجمع من عمود الأضعاف القيم التي يقابلها عدد فردي في عمود الأنصاف.

مثال: جدي ناتج: ١٩ × ٣٧

الحل:

١٩	T٣٧	نجمع من عمود الأضعاف القيم
٩	T ٧٤	التي يقابلها عدد فردي في عمود الأنصاف
٤	× ١٤٨	وقد أشير إليها بالعلامة T أعلاه
٢	× ٢٩٦	
١	T ٥٩٢	

١٩ × ٣٧ = ٥٩٢ + ٧٤ + ٣٧ = ٧٠٣

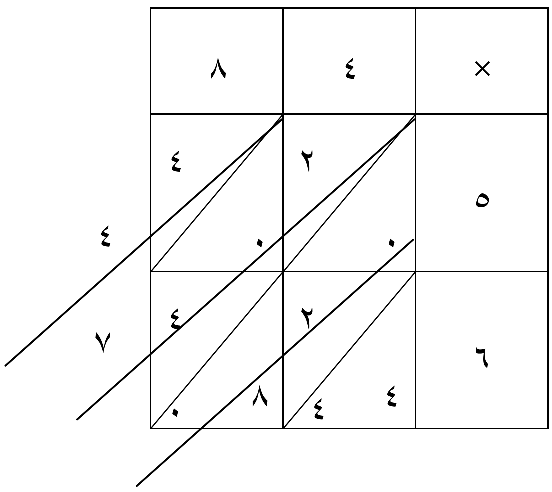
٣- شبكة بهاء الدين الآمدي في عملية الضرب:

في هذه الخوارزمية يتم توزيع أرقام العددين، أحدهما أفقياً والآخر عمودياً عل طرفي شبكة المربعات، ثم نجري عملية الضرب، وذلك بضرب رقم المنزلة الكبرى من الرقم الأول (الأولى من اليسار) في رقم آحاد العدد الثاني، ثم عشراته ثم مئاته حتى ينتهي.

نكرر ذلك مع رقم المنزلة الثانية من اليسار وبعد ذلك يتم الجمع قطراً .

مثال: جد ناتج: ٥٦ × ٨٤

٥٦ × ٨٤ = ٤٧٠٤



٣-خوارزميات خاصة ببعض الأعداد:

١-حاصل ضرب عددين مجموع آحاديهما عشرة ولها رقم العشرات نفسه

مثل: ١٦ × ١٤ = ٢٢٤

٥٢ × ٥٨ = ٣٠١٦

٢-خوارزمية خاصة بحقائق الضرب التي تزيد عن ٥ × ٥ (جداول الضرب)

مثال: جد ناتج ٩ × ٨

نرفع اليدين وتضم من اليد الأولى عدداً من الأصابع يعادل (١٠ - ٩)إصبعاً

وفي هذه الحالة أصبع واحد، ومن اليد الثانية نضم (١٠ - ٨) إصبعاً، فيكون ناتج الضرب مساوياً لعدد الأصابع المرفوعة بالعشرات، مضافاً إليه ناتج ضرب عدد الأصابع المضمومة في كلتا اليدين.

خوارزميات في القسمة:

تعتبر الخوارزمية القياسية في إجراء عملية القسمة هي المعروفة والشائعة وهناك خوارزميات أخرى يمكن إجراء القسمة باستخدامها، ومنها:

١- الطرح المتكرر:

مثال: ٥٧ ÷ ١٥

نلاحظ جانباً أننا إذا طرحنا ثلاث مرات العدد

١٥ من العدد ٥٧ وبالتالي فإن ناتج القسمة هو ٣ والباقي ١٢

ويمكن كتابة ذلك بالعبارة:

٥٧ = ٣ × ١٥ + ١٢

٥٧
١٥ -
٤٢
١٥ -
٢٧
١٥ -
١٢

٢- التعامل مع مضاعفات العدد ١٠:

مثال:

٩٢ ÷ ٤ = ٢٣

٢٠	٩٢ ⟌ ٤
	٨٠
٨٠	١٢
٢٣	١٢

قواعد قابلية القسمة:

- قابلية القسمة على ٢:

يقبل العدد القسمة على ٢ إذا كان آحاده واحدة من الأرقام التالية:

٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨

- قابلية القسمة على ٣:

يقبل العدد القسمة على ٣ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣.

- قابلية القسمة على ٤:

يقبل العدد القسمة على ٤ إذا كان الرقم المكون من آحاده وعشراته يقبل القسمة على ٤.

- قابلية القسمة على ٥:

يقبل العدد القسمة على ٥إذا كان آحاده الرقم خمسة أو صفراً .

- قابلية القسمة على ٦:

يقبل العدد القسمة على ٦ إذا كان العدد يقبل القسمة على ٢ وعلى ٣ في آن واحد.

- قابلية القسمة على ٧:

لمعرفة فيما إذا كان العدد يقبل القسمة على ٧ أم لا، نتبع الخطوات التالية:

١- تضاعف رقم الآحاد للعدد المقسوم ونضعه تحت رقمي العشرات والمئات.

٢- نتجنب حساب رقم الآحاد المذكور الذي ضاعفناه ونطرح الرقم المضاعف من باقي العدد المطلوب تقسيمه.

٣- نكرر العملية ثانية مع الباقي الناتج من العملية الأولى بالطريقة نفسها.

٤-نستمر حتى ينتج في النهاية باقٍ يتكون من رقم أو رقمين، فإذا كان هذا الباقي يقبل القسمة على سبعة فإن ذلك يعني أن العدد الأساسي بكامله يقبل القسمة على سبعة.

مثال: هل يقبل العدد ٨٩٥٦ القسمة على ٧ ؟

٨٩٥٦	
١٢	٦ × ٢ = ١٢
٨٨٣	
٦	٣ × ٢ = ٦
٨٢	
٤	٢ × ٢ = ٤
٤	

وحيث أن العدد ٤ لا يقبل القسمة على ٧.

∴ العدد ٨٩٥٦ لا يقبل القسمة على ٧.

- قابلية القسمة على ٩:

يقابل العدد القسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩.

مثال:

العدد ١٩٢٧٥٣ يقبل القسمة على ٩ لأن مجموع أرقامه

٣ + ٥ + ٧ + ٢ + ٩ + ١ = ٢٧ يقبل القسمة على ٩

إن العدد الذي يقبل القسمة على ٩ يقبل القسمة على ٣

- قابلية القسمة على ١٠:

يقبل العدد القسمة على ١٠ إذا بدأ بـ صفر أو صفرين أو أكثر

- قابلية القسمة على ١١:

لمعرفة فيما إذا كان العدد يقبل القسمة على ١١ نتبع الخطوات التالية:

١- نقسم أرقام العدد إلى مجموعتين، المجموعة الأولى تضم المنازل رقم:

١ ، ٣ ، ٥ ، ... والمجموعة الثانية المنازل رقم ٢ ، ٤ ، ٦ ، ....

٢- نجمع أرقام مجموعة ثم نطرحها من بعضها.

٣- إذا كان ناتج الطرح يقبل القسمة على ١١ فإن العدد الأصلي يقبل القسمة على ١١ وا إن كان غير ذلك فالعدد الأصلي لا يقبل.

مثال:

ابحث في قابلية العدد ٥ ٧ ٨ ١ ٠ ٩ ٣ للقسمة على ١١

الحل:

مجموعة الأرقام الأولى هي: ٥ ، ٨ ، ٠ ، ٣ مجموعها ١٦

مجموعة الأرقام الثانية وهي: ٧ ، ١ ، ٩ ومجموعها ١٧

١٧ - ١٦ = ١ وهذا ليس من مضاعفات العدد ١١

∴ العدد ٣٩٠١٨٧٥ لا يقبل القسمة على ١١